

PRODUCCIÓN Y OFERTA  
TEORÍA Y APLICACIONES EN ECONOMÍA AGROPECUARIA

Daniel Lema

*Capítulo de libro “Progresos en Microeconomía”*

*Editado por Asociación Argentina de Economía Política – Bs As 2011*

## **Introducción**

La tecnología de producción es un tema que ocupa una parte importante del análisis económico teórico y empírico por el lado de la oferta. La economía aplicada al sector agropecuario tiene una larga tradición en este tópico que puede remontarse a los estudios pioneros de Earl Heady en la Universidad de Iowa. En las investigaciones aplicadas se han enfatizado los aspectos vinculados con la oferta de productos, las demandas de factores, el cambio tecnológico, la distribución del ingreso, las relaciones entre precios de factores y productos, los retornos a escala, el tamaño y distribución de empresas y la acumulación de capital. En muchos casos, las conclusiones que se derivan de las aplicaciones empíricas dependen del orden de magnitud de los parámetros involucrados en la definición y estimación de la tecnología. Por lo tanto, el análisis conceptual y los aspectos de medición son de crucial importancia.

Este capítulo presenta una revisión de los aspectos más relevantes de la teoría de la producción y sus aplicaciones, con especial referencia a cuestiones empíricas relevantes que se han desarrollado en muchos casos alrededor de estudios en economía agropecuaria. La primera parte desarrolla los temas de teoría y estimación de funciones de producción, luego se presenta la aproximación dual a la tecnología como avance conceptual y empírico de relevancia. Se analizan también los aspectos de la tecnología de producción y su vinculación con las estimaciones de productividad y cambio tecnológico. Finalmente, se introduce el tema de producción bajo incertidumbre y se presenta el enfoque de producción estocástica y los avances recientes en el análisis de producción bajo estados contingentes.

## **El Enfoque de la Función de Producción**

En principio, tanto desde el punto de vista teórico como aplicado a temas de economía agropecuaria, existen dos grandes períodos en el estudio de funciones de producción: antes y después de la difusión del enfoque de dualidad. El cambio en la aproximación al

problema se produce hacia principios de los años setenta y se produce por los avances metodológicos en la teoría y su vinculación con la estimación empírica.

El trabajo pionero a nivel microeconómico para estimar funciones de producción corresponde a Heady (1946) y tiene como antecedentes una nota metodológica de Tintner (1944) y una aplicación de Tintner y Brownlee (1944)<sup>1</sup> publicadas en el *Journal of Farm Economics*.

Estos trabajos microeconómicos estaban influenciados por el estudio agregado de Cobb y Douglas (1928), cuyo objetivo central había sido poner a prueba la teoría de la retribución marginal de los factores y estimar las participaciones relativas del capital y el trabajo en el producto.

Las motivaciones de los estudios de Heady eran principalmente estimar las relaciones técnicas entre insumos y productos y experimentar con nuevas formas para la función de producción.

Estos estudios utilizaban una muestra aleatoria de empresas agropecuarias clasificadas por tamaño y se incluían como insumos la tierra, el trabajo, equipos de capital, stock de animales, alimentación del ganado y gastos operativos. Un punto interesante es que ya estos trabajos incorporaban explícitamente la dificultad de medición de un aspecto que aún hoy continúa siendo relevante en las aplicaciones empíricas, tal como lo es el factor empresarial o “management” de las empresas.

Otro tema relevante era el de la agregación y la estimación de los parámetros de interés de una función de producción a partir de la variabilidad observada entre empresas. Es decir, la estimación se refiere a variaciones de uso de insumos y factores entre empresas y no dentro de las empresas. Lo que sugiere que, desde el punto de vista conceptual, podrían existir múltiples funciones de producción dada la diversidad de uso de factores y niveles de producción. Lo cual implica que las estimaciones de funciones de producción de largo plazo serían “híbridos” que representan muy aproximadamente las condiciones tecnológicas preponderantes.

Los estudios que siguieron a esta primera generación, a lo largo de más de veinte años, centraron su atención en la estimación de las contribuciones factoriales, las economías de escala, el rol del cambio tecnológico, las elasticidades de producción y de oferta, la definición práctica de los insumos y el tratamiento del factor empresarial. Una característica importante de este grupo de estudios empíricos es la falta de robustez de

---

<sup>1</sup> A su vez, estos trabajos estaban influenciados por el ya reconocido estudio de Cobb y Douglas (1928).

los resultados de las estimaciones. En general, los resultados son condicionales al conjunto de información utilizado y muchas veces diferentes muestreos de los mismos datos producían resultados distintos en términos de elasticidades factoriales. Heady y Dillon (1961, capítulo 17) reportan una importante cantidad de estudios de diferentes países basados en micro-datos de productores agrícolas. Las elasticidades promedio y sus coeficientes de variación son:

Cuadro 1. Elasticidades Insumo-Producto

	Tierra	Trabajo	Otros Servicios
Elasticidad	0.38	0.21	0.39
C. V.	0.58	0.80	0.59

Fuente: elaboración propia en base a Heady y Dillon (1961)

Se observa que en promedio la suma de las elasticidades es cercana a la unidad (retornos constantes a escala). Sin embargo, la magnitud del coeficiente de variación indica una gran dispersión en los resultados obtenidos, lo cual implica que deben tomarse con cierto cuidado al momento de interpretar y generalizar los coeficientes estimados a partir de estas funciones de producción.

Asimismo, en el texto de Heady y Dillon (1961) pueden encontrarse los primeros resultados de formas funcionales flexibles hallados a través de la expansión de series de Taylor como aproximaciones polinomiales a funciones de producción. Estos autores postularon una forma polinomial logarítmica de segundo grado que adicionaba términos cuadráticos y cruzados a la clásica función Cobb-Douglas. Diez años más tarde, Christensen, Jorgenson y Lau (1971) formalizaron y fundamentaron las propiedades de esta forma funcional que se conoce con el nombre de “translogarítmica”. Heady y Dillon también presentaron los primeros resultados de estimaciones por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) de una transformación cuadrática que incluía como caso particular la función de producción lineal generalizada que luego fue formalmente introducida por Diewert (1971).

Las estimaciones directas de funciones de producción por parte de Heady et al. utilizando MCO estaban basadas en experimentos controlados, es decir, las variables del lado derecho de la ecuación de regresión (cantidades de insumos o factores) estaban por definición no correlacionadas con el término de error. Sin embargo, en el caso no experimental (datos de empresas), incorporar cantidades de insumos como variables explicativas implica un grave problema de simultaneidad.

Es decir, dado que las cantidades de insumos utilizadas son resultado de una decisión económica de optimización, las mismas no pueden considerarse exógenas y en consecuencia los estimadores de MCO de los parámetros de la función de producción serán sesgados.

Una forma de solucionar este problema de simultaneidad fue propuesta originalmente por Klein (1953). El método propuesto fue estimar proporciones las factoriales respecto del producto, calculadas a partir del supuesto del cumplimiento de las condiciones de primer orden para maximización de beneficios. Por supuesto, esto implica imponer las condiciones de competencia y en consecuencia las mismas no pueden ser testeadas. Los estimadores basados en el enfoque de dualidad se originan en estos trabajos e implícitamente comparten esta característica.

### Un modelo simple de producción

El problema de optimización y el enfoque de la dualidad entre producción y costos es microeconómico en esencia. En consecuencia, sus aplicaciones y las implicancias empíricas son relevantes para la interpretación de datos a nivel de empresas, más que a datos agregados a nivel sectorial o de mercados. La discusión de los principales aspectos de la relación entre teoría y aplicación empírica del modelo de función de producción pueden presentarse utilizando un modelo simple basado en una función de tipo Cobb-Douglas con un solo insumo (Mundlak 2000):

$$Y = AX^{\beta} e^{m_0 + \mu_0}, \quad (1)$$

donde  $m_0$  es un efecto específico de la empresa (por ej. *management*<sup>2</sup>) conocido por la empresa pero no por el investigador (puede pensarse como información privada o no revelada por la muestra) y  $\mu_0$  es un término aleatorio desconocido por la empresa al momento de tomar las decisiones de producción.

La esperanza condicional del producto, dado el nivel de insumo, de la empresa  $i$  es:

$$Y_i^e \equiv E(Y|X_i) = AX_i^{\beta} e^{m_{0i}}. \quad (2)$$

Suponemos que el precio es conocido y que la empresa elige el nivel de insumo,  $X$ , de forma tal de maximizar el beneficio esperado:

---

<sup>2</sup> Otras fuentes de efectos específicos en empresas agropecuarias pueden ser las diferencias en calidad de la tierra, clima, etc. No obstante, el énfasis usualmente es puesto en el factor de manejo empresarial. Este efecto específico de empresa no sólo es observado en estimaciones realizadas con datos a nivel de empresas agropecuarias sino también en análisis de sección cruzada en empresas industriales o de servicios. En consecuencia, el efecto de variables ambientales para empresas agropecuarias puede no ser la principal razón de los efectos idiosincrásicos.

$$\max_{x_i} \pi^e(X|w, p, i) = PY_i^e - WX_i, \quad (3)$$

donde W y P son los precios del insumo y el producto respectivamente. La condición de primer orden implica:

$$\frac{dY^e}{dX} = \beta AX^{\beta-1} = \frac{W}{P} e^{m_1 + \mu_1}, \quad (4)$$

donde  $m_1$  es conocido para la empresa, pero no para el investigador y  $\mu_1$  es un componente transitorio. El término  $m_1$  representa la formación de expectativas. El precio P en términos reales puede ser medido en unidades de insumos y el salario W en unidades de producto. Para obtener el sistema de producción (demanda de insumo y oferta de producto) diferenciamos (2) y sustituimos en (4). Expresamos las ecuaciones en logaritmos, medimos las variables en desvíos con respecto a su media e incorporando el subíndice temporal:

$$y_{it} - x_{it}\beta = m_{0i} + \mu_{0i}, \quad (5)$$

$$y_{it} - x_{it} = w_{it} + m_{1i} + \mu_{1it} + \mu_{0it} \quad (6)$$

Si los precios son exógenos y haciendo uso de la definición de precios reales que hace que  $p = -w$ , la forma reducida para  $x$  será:

$$x_{it} = -c(p_{it} + \mu_{1it} + m_{1i} - m_{0i}), \quad c = (1 - \beta)^{-1} \quad (7)$$

Los componentes de error se suponen independientes e idénticamente distribuidos (iid):

$$\mu_{jit} \sim (0, \sigma_{jj}); \quad m_j \sim (\mu_j, \tau_{jj}); \quad j = 0, 1 \quad (8)$$

El supuesto de independencia de  $\mu$  en el tiempo implica que no existe correlación serial. En consecuencia, es posible pensar a la perturbación  $\mu$  como un reflejo de variables tales como condiciones climáticas o ambientales que la empresa no puede anticipar. Pueden existir shocks que afectan a las todas las empresas en un período determinado, tales como sequías o inundaciones y por lo tanto generar correlación en  $\mu$  entre las observaciones individuales. Estos shocks generan un efecto temporal que puede ser controlado de la misma manera que un efecto individual por empresa.

Las observaciones acerca de la endogeneidad de los insumos se vinculan con el resultado presentado por la ecuación (7). Esta ecuación muestra que el uso del insumo es función del efecto individual,  $m_{0i}$ , el cual también es parte del shock sobre la función de producción y por lo tanto el insumo no es estrictamente exógeno. Es sesgo causado por esta endogeneidad es lo que contribuye a la falta de robustez y diversidad de resultados en las estimaciones, en particular a las diferencias observadas en

estimaciones intra y entre empresas (series de tiempo vs. corte transversal). Asimismo, cuando los coeficientes estimados con sesgo se utilizan para testear eficiencia en el uso de recursos, comparando productividades marginales con precios reales, pueden inducir conclusiones erróneas acerca de la eficiencia en la asignación o uso de los recursos en las empresas.

Dado que en estas condiciones, la estimación por MCO no sólo es sesgada sino inconsistente, se han propuesto varias soluciones al problema de endogeneidad.

Si la muestra consiste en datos de panel, la transformación de las variables en desvíos con respecto a la media de cada empresa permite que el efecto individual por firma desaparezca de la ecuación (7). Si denominamos a la media muestral a lo largo del tiempo  $\bar{x}_i$ , entonces la ecuación (7) resulta en:

$$x_{it} - \bar{x}_i = -c(p_{it} - \bar{p}_i + \mu_{1it} - \mu_{1i}), \quad (9)$$

donde el efecto individual no está presente. El estimador obtenido en este caso es el “*within*” y está basado en las variaciones dentro de cada firma.

Un enfoque alternativo es usar el precio como una variable instrumental para estimar la ecuación (5). Esta es básicamente la aproximación para solucionar el problema por el método de dualidad. Sin embargo, el estimador obtenido con esta metodología puede ser menos eficiente, dado que no utiliza toda la información disponible. Para describir el problema intuitivamente, de la ecuación (7) se puede inferir que la variabilidad del insumo proviene de cuatro componentes:  $p_{it}$ ,  $\mu_{1it}$ ,  $m_{1it}$  y  $m_{0i}$ . El último término es el que causa el sesgo y debe ser eliminado para la estimación, mientras que los tres anteriores proveen la variabilidad necesaria para realizar la estimación. En consecuencia, el método más eficiente sería incorporar los primeros tres componentes como variables instrumentales en una estimación. Sin embargo, esto no puede realizarse ya que de las tres, solamente  $p$  es observada. El estimador *within* utiliza la variabilidad intra firma de  $p$  y  $\mu_1$  como instrumentos, mientras que el estimador dual utiliza como instrumentos la variabilidad total de  $p$ , pero no utiliza la información de  $\mu_1$  que puede ser relevante. Un punto importante a considerar desde el punto de vista empírico es que cualquier variabilidad del insumo, independientemente de si es o no consistente con las condiciones de primer orden de maximización de beneficios, genera puntos en la función de producción y por lo tanto contribuye con su identificación.

Asimismo, el uso de los precios como instrumentos está sujeto además a algunas limitaciones. Si la muestra consiste micro datos de empresas competitivas, la

variabilidad entre empresas de los precios será nula (o muy pequeña). Si la muestra consiste en datos de mercado, en lugar de micro datos, entonces los precios no son necesariamente exógenos y por lo tanto no pueden ser utilizados como variables instrumentales. En la aplicación empírica lo más frecuente es encontrar resultados directos de la estimación within y también dual, esta última a través de las participaciones factoriales utilizando precios como variables exógenas.

Otro tema importante en la investigación empírica es la determinación de los retornos a escala. Si suponemos retornos constantes a escala, en el caso de la función de un solo insumo, el coeficiente  $\beta$  es ciertamente igual a uno y entonces no hay nada para estimar. El problema es relevante en el caso más realista de múltiples insumos.

El caso presentado puede generalizarse para  $k$  insumos, y en este caso el modelo consiste en la ecuación (5) donde  $x$  y  $\beta$  serán  $k$  vectores y  $k$  ecuaciones equivalentes a (6). En este sistema de condiciones de primer orden, si se realiza la diferencia entre las ecuaciones para dos insumos cualquiera, por ejemplo 1 y 2, en la misma quedan eliminadas las variables  $m_0$  y  $\mu_0$ :

$$x_2 - x_1 = w_2 - w_1 + \mu_2 - \mu_1 + m_2 - m_1. \quad (10)$$

Entonces,  $x_2 - x_1$  puede servir como variable instrumental, y además contiene toda la información relevante relativa a los dos insumos. Existen  $k-1$  de estos instrumentos disponibles para la estimación y en consecuencia hace falta un instrumento adicional para completar la estimación del sistema. Imponer el supuesto de retornos constantes a escala es una forma de solucionar el problema. En este caso, una función de tipo Cobb-Douglas donde las variables se dividen por uno de los insumos estaría libre del problema de simultaneidad y esta es una solución utilizada frecuentemente.

### **El Enfoque de Dualidad**

Saliendo del caso Cobb-Douglas, las funciones de producción cuadráticas con múltiples insumos contienen una gran cantidad de variables correlacionadas entre sí, lo que hace que las estimaciones econométricas directas sean altamente sensibles al problema de la multicolinealidad. Para evitar este problema el procedimiento usual es estimar los parámetros de la función de producción a partir de las participaciones factoriales, con o sin las restricciones impuestas por la función de producción. La idea implícita es que las variaciones observadas en las proporciones factoriales en la muestra pueden ser atribuidas a diferencias en los ratios de insumos, o de manera equivalente, a diferentes

puntos sobre la función de producción. En la literatura, una de las especificaciones más usuales para la función de producción es la translogarítmica, la cual estimada directamente no provee resultados satisfactorios debido a la gran cantidad de parámetros involucrados y a los problemas de colinearidad. En su lugar es frecuente la estimación de funciones de beneficios o costos derivadas de un proceso de optimización donde la tecnología subyacente se asume de tipo translogarítmica. En este cambio de función objetivo vía teorema de la envolvente y haciendo uso de las propiedades de dualidad, las proporciones factoriales a estimar se convierten en funciones de precios en lugar de funciones de cantidades. Un punto importante es que la idea de dualidad implica que cada punto de la función de producción se corresponde de manera unívoca con un vector de precios relativos. Sin embargo, lo contrario no es necesariamente así, salvo que se realicen una serie de supuestos restrictivos sobre las características de la función de producción, lo cual es usualmente impuesto en las estimaciones econométricas (Chambers 1988). Una vez impuestas estas restricciones, las variaciones en los precios pueden interpretarse como variaciones en las cantidades de insumos y también como causa de estas variaciones.

Bajo este enfoque, la tecnología de producción se resume en funciones de beneficios, costos o ingresos. La función de beneficios es expresada en términos de precios de productos y factores, la de costos en precios de factores y nivel de producto y la ingresos en términos de precios de producto e insumos. En análisis de series de tiempo, en general, se incluye alguna medida de cambios en la tecnología, usualmente alguna tendencia temporal lineal o cuadrática que permite aproximar la tasa de cambio en la productividad. También las funciones de beneficios o costos permiten incluir algunos insumos fijos y pueden ser entonces caracterizadas como restringidas o de corto plazo. De la misma forma, las funciones de beneficios o ingresos pueden ser restringidas por el lado del producto, dando lugar a estimaciones, por ejemplo, bajo cupos de producción (Fulginiti y Perrin 1993).

La dualidad se generalizó en el análisis teórico hacia fines de los años sesenta y las aplicaciones empíricas durante los años setenta y ochenta se hicieron frecuentes en la literatura (Mc Fadden 1978, Jorgenson 1986). La ventaja del enfoque, desde el punto de vista empírico, se vincula con el hecho de que para las empresas competitivas los precios, a diferencia de las cantidades, son exógenos y por lo tanto cuando se utilizan como variables explicativas no causan el sesgo de simultaneidad presente en las estimaciones directas de funciones de producción.



También, desde el punto de vista conceptual, la dualidad ofrece una forma atractiva y simple para caracterizar la estructura de producción. De manera simplificada, la dualidad significa que siguiendo la lógica de la optimización (maximización de beneficios o minimización de costos) es posible moverse desde una función de producción hacia una función dual o de comportamiento (oferta de producto y demanda de factores) y retornar a la función original (Diewert 1974). Entonces, lo que nos sugiere este enfoque es que conociendo la función de producción es posible conocer las funciones de comportamiento y viceversa. Sin embargo, esto es relativamente simple sólo si tanto la tecnología como las funciones duales tienen formas funcionales cerradas que permitan la estimación empírica de los parámetros relevantes. Ejemplos de este tipo de funciones son la Cobb-Douglas y la CES.

El problema empírico es más sutil cuando esta “*autodualidad*” no puede aplicarse directamente, como en el caso de formas funcionales complejas tales como las cuadráticas. Por ejemplo, si se plantea una función de beneficios o costos dual, es posible preguntarse cuál puede ser la productividad marginal de un insumo o cómo es afectada esta productividad marginal por el ratio de utilización de los insumos. Dado que las condiciones de competencia son impuestas en la formulación de las funciones duales, la respuesta a la primera pregunta es relativamente simple y está implícita en la lógica dual, la productividad marginal debe siempre igualar el precio real del factor. Por otra parte, la dependencia de la productividad marginal del insumo con respecto al uso de otros factores es más compleja y difícil de responder, excepto en el caso de formas funcionales cerradas que permiten la mencionada “autodualidad”.

Por otra parte, la mayor virtud del enfoque dual desde el punto de vista empírico, está dada por la facilidad de obtener las soluciones para la estimación de los parámetros de las funciones de comportamiento y realizar estática comparativa. Así, para ser estimable y poder realizar estática comparativa, una función de producción de un solo producto y  $m$  insumos (o la correspondiente función dual) debe contener al menos  $(m+1).(m+2)/2$  parámetros (Chambers 1988). Una función cuadrática que cumple con las condiciones de simetría, como por ejemplo una translogarítmica, tiene exactamente esta cantidad de parámetros y es considerada una función flexible en el sentido de que puede proveer una aproximación de segundo orden<sup>3</sup> a una función de producción no conocida. Como los

---

<sup>3</sup> Los parámetros en cuestión son primeras y segundas derivadas. Un punto importante en la estimación es que los valores serán dependientes de las combinaciones observadas de insumos y productos. En

insumos tienden a moverse de manera conjunta, es difícil estimar de manera directa la función, entonces el procedimiento usual es estimar las proporciones factoriales con los datos disponibles. En este sentido, la solución práctica para la estimación dual es una extensión del estimador propuesto inicialmente por Klein (1953).

Para que las funciones duales describan el sistema de producción de manera consistente y permitan la estática comparativa deben mantener ciertas propiedades que pueden ser testeadas empíricamente. Las más directas son las propiedades de monotonicidad y convexidad (o concavidad).

Cuando la estimación trata de recuperar las demandas de factores u oferta de productos, la monotonicidad impone signos sobre las primeras derivadas de las funciones duales (oferta de producto, demanda de insumos), mientras que la convexidad implica condiciones sobre las segundas derivadas o más exactamente sobre el signo de la matriz Hessiana. Si estas condiciones no se cumplen en la estimación, el sistema es inconsistente con la maximización de beneficios supuesta inicialmente. Además de estas propiedades, la forma dual permite testear varias hipótesis acerca de la estructura de producción tales como la separabilidad, la homoteticidad y las propiedades del cambio tecnológico. Una característica importante de los estudios empíricos es la diversidad de resultados obtenidos y en muchos casos la dificultad de alcanzar en las estimaciones las condiciones de regularidad requeridas. Los estudios varían también en la forma funcional utilizada, el tipo de técnica de estimación y en el énfasis en cuanto a las preguntas que se proponen responder. Una síntesis de estudios y aplicaciones empíricas utilizando estos enfoques puede verse en Shumway (1995). Debe notarse que si bien la dualidad es una teoría microeconómica en su concepción, muchos de los estudios empíricos utilizan datos macroeconómicos o agregados en series temporales.

### **El Análisis de Funciones de Costos**

Una de las aproximaciones posibles a la estructura de producción es a través de la función de costos dual. Se define en principio la función de costos restringida:

$$C(w, k, y, t) = \min_v [wv : y = F(v, k, t)], \quad (11)$$

---

consecuencia, en el caso de mucha variabilidad en la muestra una aproximación por coeficientes fijos puede no ser muy precisa.

donde  $v$  es un vector de insumos variables con precios  $w$ ,  $k$  es un vector de insumos restringidos o fijos que se supone no tienen costo de oportunidad,  $y$  es un vector de productos y finalmente  $t$  es un índice de tecnología.

Por el lema de Shephard obtenemos las participaciones factoriales:

$$\frac{\partial \ln C(w, k, y, t)}{\partial \ln w_j} \equiv S_j(w, k, y, t) \quad (12)$$

Para el análisis aplicado se imponen usualmente diversas restricciones. Muchos de los estudios suponen que todos los insumos son variables, en cuyo caso  $k$  no es parte del problema. Asumiendo esta simplificación, podemos plantear las principales propiedades de interés para el análisis empírico.

Homoteticidad:

$$C(w, y, t) = \phi(y)C(w, t). \quad (13)$$

Lo que implica independencia de las proporciones factoriales del nivel de producción:

$$S_j(w, y, t) = S_j(w, t). \quad (14)$$

Cambio tecnológico neutral:

$$C(w, y, t) = A(t)C(w, y); \quad (15)$$

Entonces:

$$S_j(w, y, t) = S_j(w, y) \quad (16)$$

La homoteticidad y neutralidad conjuntamente implican entonces:

$$S_j(w, y, t) = S_j(w) \quad (17)$$

La función de costos es generalmente expresada como una función cuadrática o como una transformación logarítmica en las variables. Esto resulta en la función translog, que produce ecuaciones de participación factorial lineales en las mismas variables. En general, la tecnología es representada simplemente como una tendencia lineal. El análisis empírico se concentra en la estimación de las proporciones factoriales imponiendo usualmente las condiciones señaladas y la cuestión central en los estudios tiende a explicar el comportamiento de las proporciones factoriales en respuesta a cambios en precios y a analizar la tendencia de las participaciones factoriales (cambio tecnológico). Existen dos limitaciones conceptuales importantes que pueden mencionarse respecto del enfoque de la función de costos dual. Primero, la función de costos se deriva para un agente tomador de precios, y esto no es aplicable a datos agregados o de mercado donde los precios se determinan por acción de oferta y demanda. La demanda de factores es

derivada de la función de costos y por lo tanto es afectada por los shocks que afectan a la función de costos. Estos shocks se trasladan entonces a los precios de los factores. Entonces puede ocurrir que los precios no sean exógenos. Esta limitación se aplica también a los estudios que utilizan datos de mercado (incluyendo aquellos basados en funciones de beneficio). Este es un punto importante en particular para los estudios en agricultura ya que en algunos mercados, como el de trabajo, el sector puede no ser tomador de precios, y en otros como el de la tierra definitivamente no lo es. En segundo lugar, la función de costos es derivada de forma condicional a un nivel de producto y esto puede erróneamente llevar a pensar que el producto es exógeno. En general no hay razón para creer que el costo marginal, y en consecuencia el producto, sean independientes de los shocks sobre la función de costos. Esta segunda limitación no es compartida por el enfoque de la función de beneficios que tiene mayor flexibilidad en su aplicación.

### **El análisis de funciones de beneficio**

La función de beneficios es también una forma conveniente de representar una tecnología y es utilizada frecuentemente en el análisis empírico por sus posibilidades de aplicación directa.

La función puede definirse por:

$$\pi(p, w, k, t) = \max_{y, v} [py - wv : y, x \in T], \quad (18)$$

donde  $y$  es un vector de productos;  $x$  es un vector de  $J$  insumos de los cuales  $v$  son variables y  $k$  son fijos;  $T$  es la tecnología disponible;  $p$  es un vector de precios de productos y  $w$  es un vector de precios de factores.

Haciendo uso del lema de Hotelling podemos escribir la oferta de producto y la demanda de factores:

$$\frac{\partial \pi}{\partial p_i} = y_i(p, w, k, t). \quad (19)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial w_j} = -v_j(p, w, k, t). \quad (20)$$

Las ecuaciones de oferta de producto y demanda de insumos pueden también expresarse en términos de participaciones factoriales en el beneficio. Tal como en la función de costos la función de beneficios se expresa usualmente como una función cuadrática en una transformación logarítmica de las variables, lo que resulta en expresiones lineales de las participaciones factoriales en las variables de interés.

Existe una importante literatura metodológica y de aplicación empírica de este enfoque, con estudios pioneros dedicados a la estimación de elasticidades y análisis de políticas en el sector agropecuario. En una de las primeras aplicaciones empíricas agregadas, López (1984) estimó una función de beneficios generalizada de Leontieff para la agricultura de Canadá utilizando datos de sección cruzada. Antle (1984) utiliza una translog de beneficios para estimar funciones de oferta de producto, demanda de insumos y cambio tecnológico para la agricultura de los Estados Unidos de Norteamérica entre 1910 y 1978. Un trabajo muy relevante en esta línea se refiere al sector agropecuario argentino y analiza los efectos de largo plazo de las intervenciones de política. En este estudio, Fulginiti y Perrin (1990) estiman una función de beneficios agregada, multi-producto y multi-insumo con una especificación translogarítmica. Las elasticidades de oferta de producto y demanda de insumos estimadas son utilizadas por estos autores para calcular los efectos de las políticas de intervención en el sector agropecuario entre 1940 y 1980 demostrando importantes impactos negativos en términos de producción, productividad y retornos factoriales.

### **Funciones de Producción, Heterogeneidad Tecnológica y Productividad**

En general, las medidas de productividad están basadas en la comparación de cambios en el producto agregado con cambios en un índice agregado de insumos. Asimismo, el enfoque usual para estimar cambio tecnológico supone la existencia de una tecnología única en cada momento del tiempo. De esta manera, la estimación mediante datos de series temporales permitiría calcular la tasa y las características del cambio tecnológico. Formalmente, si escribimos la función de producción como:

$$Y(t) = F[A_1(t)X_1(t), \dots, A_k(t)X_k(t), t], \quad (21)$$

donde  $A_k$  son funciones que aumentan los factores o también índices de calidad.

Diferenciando logarítmicamente la función anterior y utilizando la notación

$d \ln x / dt = \hat{x}$ , obtenemos:

$$\begin{aligned} \hat{Y}(t) &= [\omega_1(t)(\hat{A}_1(t) + \hat{X}_1(t) + \dots \omega_k(t)(\hat{A}_k(t) + \hat{X}_k(t))] + \tau(t) \\ \hat{Y}(t) &= [\text{Indice de insumos}] + \tau(t), \end{aligned} \quad (22)$$

donde los  $\omega$  son ponderadores y  $\tau$  es el cambio relativo en la productividad total de los factores o el “residuo” que aproxima el cambio tecnológico.

En realidad, lo más frecuente no es observar una tecnología única en cada momento del tiempo, sino que la realidad se caracteriza por tecnologías heterogéneas que se utilizan de manera contemporánea.

El desarrollo formal y las implicancias empíricas de la heterogeneidad tecnológica fueron presentados originalmente por Mundlak (1988, 1993). Este autor supone que existe un conjunto de tecnología disponible (el “estado del arte”) y el cambio tecnológico es el cambio en este conjunto. Esta tecnología disponible contiene un subconjunto de tecnologías que no son implementadas y por lo tanto no observadas directa o indirectamente, lo que implica que la medición empírica del cambio en el conjunto de tecnologías disponibles no es posible. Cualquier medición debe restringirse a las tecnologías implementadas, que también son un subconjunto de las tecnologías disponibles. La diferenciación entre las tecnologías disponibles e implementadas no es trivial si existen varias técnicas disponibles. En este caso la elección de las técnicas implementadas puede afectar el cálculo en la productividad total de los factores (PTF). Para ilustrar este punto el Gráfico 1 presenta dos funciones de producción, una que podemos llamar tradicional ( $f_1$ ) y la otra moderna o nueva en el conjunto de tecnologías disponibles ( $f_2$ ).

- Insertar Gráfico 1 -

El eje horizontal mide la relación de insumos, capital por unidad de trabajo, y el eje de ordenadas mide el producto por unidad de trabajo. Inicialmente solo la tecnología tradicional está disponible y el producto está en el punto A con una relación  $k_0$  de insumos. La respuesta a la aparición de la nueva tecnología puede ser diversa dependiendo de las condiciones de mercado y de las restricciones sobre las ofertas de factores. Si el sector es tomador de precios, la producción cambia desde el punto A al punto M, donde la relación capital-trabajo es  $k_2$ . El cambio total en el producto,  $Y_M/Y_A$  puede descomponerse en el efecto insumo,  $Y_B/Y_A$ , y el cambio relativo en la PTF,  $Y_M/Y_B$ . El punto  $Y_B$  se obtiene extendiendo la línea tangente a la función de producción en el punto A hasta el punto B, donde la relación capital/trabajo es  $k_2$ .

Por otra parte, si la oferta de capital en el momento inicial es perfectamente inelástica, el ratio capital/trabajo permanece en  $k_0$ . Pero no necesariamente el producto debe continuar en el punto A. Los recursos pueden asignarse en alguna proporción a cada una de las tecnologías y podría producirse el nivel de producto N, dado por alguna combinación lineal de  $f_1$  y  $f_2$ . Es decir, coexisten las dos tecnologías y se produce una

mejora en la PTF dada por  $Y_N/Y_A$ . En la medida en que más capital está disponible (o se acumula), el movimiento se dará entre N y M', a lo largo de la línea tangente a los puntos A' y M'. El movimiento a partir de N se da exclusivamente por el incremento en el uso de insumos, con lo cual no hay cambios en la PTF. Esto implica que el cambio en la PTF será menor que en el caso de oferta perfectamente elástica de capital. En este sentido, la estimación empírica de la PTF es condicional a las características de la oferta de recursos. El origen de las diferencias entre las estimaciones de PTF tiene que ver con la coexistencia de tecnologías y el cambio en los precios de factores o en su productividad marginal. La aparición de una nueva técnica que es más capital intensiva y también más productiva incrementa la demanda de capital. Cuando la oferta de capital no es perfectamente elástica, su precio (o su tasa de retorno) debe incrementarse para internalizar el cambio tecnológico. Específicamente, cuando el capital es inicialmente fijo, el movimiento posterior desde N a M' es totalmente explicado por el incremento en el capital utilizado. Entonces en el primer caso la contribución del insumo se obtiene utilizando la misma productividad marginal en la nueva y la vieja tecnología (dada por el ratio de precios que no cambia). En el segundo caso, cuando las dos tecnologías coexisten, la productividad marginal del factor relativamente escaso se incrementa y la del otro factor declina. El cambio de ponderaciones entre factores absorbe parte del cambio técnico y se lo asigna a la retribución factorial. Este caso es relevante, ya que el cambio tecnológico puede ser de importante magnitud, pero si existen restricciones de oferta de factores y la tecnología utilizada termina siendo heterogénea el mismo puede estar subestimado. Este es el caso cuando el cambio tecnológico se sesga hacia el factor relativamente escaso y es interesante no sólo para el capital físico sino también para el caso del capital humano (Mundlak, 2000). Las implicancias empíricas de esta visión del cambio tecnológico son importantes ya que permiten explicar algunos fenómenos frecuentes en la producción agropecuaria a nivel sectorial, tales como las disparidades de productivas intra-sectoriales, las amplias brechas de productividad observadas entre productores y la dispersión en las tasas de adopción de nuevas tecnologías.

### **La Producción en Condiciones de Incertidumbre**

En la presentación anterior del modelo de producción, la elección de los niveles de insumos se realizó bajo un esquema de certidumbre. Es decir, las distintas alternativas de decisión son conocidas y en consecuencia el decisor elige entre alternativas fijas o, de manera equivalente, no se considera la existencia del riesgo.

La incorporación del riesgo como característica importante en la toma de decisiones productivas implica modificar el modelo conceptual utilizado y también parte de sus extensiones, tales como la aplicación del enfoque de dualidad.

La introducción del riesgo en la teoría de la producción y sus aplicaciones empíricas se han basado en su mayor parte en la idea de la función de producción estocástica. De manera simplificada, la función de producción estocástica es una función de producción con un término aleatorio adicional, por ejemplo:

$$y = f(x) = x_1^\alpha x_2^\beta + \varepsilon, \quad (23)$$

donde  $y$  es el nivel de producto,  $f(x)$  es la función de producción,  $x_1$  y  $x_2$  son insumos y  $\varepsilon$  es un término de error que representa el riesgo. En este caso, el riesgo o dispersión en los resultados creado por el término de error no afecta las decisiones marginales de utilización de insumos.

En una representación un poco más compleja, puede extenderse el caso para considerar el caso de que el riesgo sea función del nivel de utilización de los insumos:

$$y = \tilde{f}(x) = x_1^\alpha x_2^\beta + \varepsilon(x_1, x_2), \quad (24)$$

donde  $\tilde{f}(x)$  es la función de producción estocástica, donde ahora el riesgo es función de la cantidad de factores utilizados.

Este enfoque de función de producción estocástica fue propuesto originalmente por Just y Pope (1978). Esta especificación permite a los insumos incrementar o disminuir el riesgo de producción. No obstante, el ratio de utilización de insumos no cambia debido a la forma particular en la cual el riesgo entra en la función de producción.

Alternativamente, es posible proponer una función de producción que depende de un conjunto de insumos determinísticos y de un insumo estocástico:

$$z = f(x, \varepsilon), \quad (25)$$

donde  $z$  es el nivel de producto, el cual es una función de los insumos que pueden ser controlados por la empresa,  $x$ , y factores no controlables o estocásticos  $\varepsilon$ .

Para simplificar la interpretación puede suponerse que el componente aleatorio es una variable Bernoulli que puede tomar valores  $\varepsilon = \{0, 1\}$ . Si este es el caso, la función de producción puede representarse como en el Gráfico 2, donde la variable aleatoria tiene un efecto que es independiente de la elección de insumos.

- Insertar Gráfico 2 -



Es decir, la presencia del riesgo como variable aleatoria simplemente modifica la posición de la función de producción haciéndola condicional al valor que asume la variable  $\varepsilon$ .

### **El Enfoque de la Función de Producción Contingente**

La especificación de la función de producción en las ecuaciones (24) y (25) es similar a la propuesta para el estudio del cambio tecnológico no incorporado. Este tipo de cambio tecnológico implica que no se introduce sesgo factorial o efectos sobre los insumos al producirse el cambio tecnológico. En lugar de esta aproximación, Chambers y Quiggin (2000) proponen describir la relación entre el uso de insumos y los eventos aleatorios en una dimensión diferente, el espacio de producción contingente al estado de la naturaleza (*state-contingent output space*). Estos autores utilizan como punto de partida las ideas desarrolladas por Arrow y Debreu (1954) para tratar el problema de la incertidumbre en el análisis de equilibrio general. La incertidumbre es representada por un conjunto de posibles estados de la naturaleza y los productos inciertos son vectores de bienes contingentes. Entonces, se supone que la producción de cada bien en cualquier momento es contingente al estado de la naturaleza que puede ocurrir. En este espacio, una decisión simple de producción implica dos diferentes estados posibles en términos de producción, tal como se muestra en el Gráfico 3.

- Insertar Gráfico 3 -

Entonces, diferentes elecciones de producción en términos de utilización de insumos generan diferentes puntos en el espacio tal como se ve en el Gráfico 4.

- Insertar Gráfico 4 -

Las elecciones de producción pueden denominarse *acciones* ( $a$ ) que tienen diferentes consecuencias ( $y$ ) en diferentes estados ( $s$ ). El conjunto de posibles estados se define como  $\Omega = \{1, 2, \dots, S\}$ , el conjunto de posibles consecuencias es  $Y \subseteq \mathbb{R}^M$ , y las acciones son una representación del efecto del conjunto de posibles estados sobre el conjunto de consecuencias  $A: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^M$ .

Cada acción define entonces un conjunto de vectores contingentes de resultados  $y(A) \in \mathbb{R}^{M \times S}$ . Debe notarse que el tomador de decisiones se supone que elige las acciones teniendo en cuenta las potenciales consecuencias para cada estado. En este enfoque el conjunto de estados de la naturaleza es una descripción de los todos posibles estados, mutuamente exclusivos y exhaustivos<sup>4</sup>.

Finalmente, es importante remarcar que lo que caracteriza esta aproximación al problema es que la cantidad de insumo aplicada es dependiente del estado (en términos de Chambers y Quiggin “*state allocable input technology*”). En el caso de la variable aleatoria definida antes ( $\varepsilon$ ), supongamos por ejemplo que en una función de producción de un cultivo agrícola  $\varepsilon=0$  significa sequía mientras que  $\varepsilon=1$  una cantidad de lluvia adecuada. En condiciones normales, durante el período de desarrollo del cultivo el agua puede administrarse realizando algunas acciones o prácticas agrícolas. En períodos de sequía estas acciones seguramente se reemplazarán por gastos en irrigación o en mitigación de la falta de agua. Entonces, si se supone que el monto total gastado en mitigación por condiciones climáticas, sea por exceso de agua o sequía, permanece fijo, podemos representar el producto marginal físico para cada asignación posible como en el Gráfico 5.

- Insertar Gráfico 5 -

En el estado de la naturaleza  $\varepsilon=0$  la cantidad de insumo utilizado es  $x_{1,2}$ . Sin embargo, si el estado de la naturaleza es  $\varepsilon=1$ , el gasto en el insumo se incrementa a  $x_2$  (es decir  $x_2 = x_{1,2} + x_{2,2}$ , con  $x_{2,2}$  adicional aplicado en los períodos donde  $\varepsilon=1$ ). Es decir, el insumo es contingente a la ocurrencia del estado de la naturaleza de forma tal que en el caso de que ocurra el estado de la naturaleza  $i$ , se destinan recursos adicionales para mejorar el producto y es posible obtener funciones de producción ex post específicas para cada estado.

La reasignación del insumo entre  $x_{1,i}$  y  $x_{2,i}$  permite derivar un conjunto de producción contingente que muestra la transición entre los diferentes estados tal como se muestra en el Gráfico 6.

- Insertar Gráfico 6 -

---

<sup>4</sup> Esto desde el punto de vista práctico impone ciertas limitaciones para la aplicación empírica ya que el conjunto posible puede ser muy grande y diverso. Por ejemplo, la definición o formas de describir el clima y todas las variantes o permutaciones que pueden ocurrir en el mismo.

A diferencia de este caso, el enfoque de la función de producción estocástica resultaría en un solo punto en el espacio, dado que disminuir el uso del insumo en uno de los estados de la naturaleza no permite incrementar el producto en otro estado. Es decir, los insumos no son específicos al estado de la naturaleza, lo cual hace que la función de producción siempre tenga pendiente positiva.

Por ejemplo, bajo el enfoque de producción contingente en el caso de la agricultura mencionado antes, el insumo genérico “esfuerzo” aplicado a la irrigación tiene un efecto positivo sobre la producción en caso de sequía. Alternativamente el esfuerzo puede dedicarse a trabajos de drenaje o mitigación en caso de exceso de lluvia, lo cual también tiene productividad marginal positiva. Sin embargo, el esfuerzo a irrigación tiene efectividad marginal cero ex post en caso de exceso de lluvia. Por otra parte, bajo el enfoque de función de producción estocástica el insumo no tiene nunca productividad marginal cero ex post.

De esta manera es posible describir el conjunto posible de estados de la producción que pueden ser generados por un vector de insumos. Luego, también es posible derivar funciones de comportamiento económico tal como se realiza con las funciones de producción usuales a través del enfoque dual.

Por ejemplo, un instrumento utilizado en el análisis de producción teórico y aplicado para el estudio de productividad es el de funciones de distancia. En la teoría de producción una función de distancia se define como la fracción del insumo que puede ser retirada del proceso productivo, de forma tal que aún se satisfaga un determinado nivel de producción. Formalmente:

$$D_I(x, z) = \max_{\theta} \left\{ \theta : \left( \frac{x}{\theta} \right) \in X(z) \right\}, \quad (26)$$

donde  $\theta$  es un escalar de distancia,  $x$  es un vector de insumos y  $X(z)$ , es un conjunto de insumos que puede producir al menos el producto  $z$ . El supuesto usual es que  $\theta \leq 1$ .

De manera similar Chambers y Quiggin proponen una función de distancia contingente orientada al producto como:

$$O(z, x) = \inf \left\{ \theta > 0 : \frac{z}{\theta} \in X(z) \right\} \quad (27)$$

La cual permite realizar comparaciones de eficiencia relativa. Es posible también utilizar el enfoque de dualidad y pueden derivarse las funciones de beneficios y costos para realizar análisis de estática comparativa y el conjunto de técnicas disponibles en la

teoría de la producción. Estas técnicas tienen aplicación directa en este enfoque, a diferencia de la función de producción estocástica, ya que la función de producción en estados contingentes se trata de un caso particular del caso general de producción con múltiples insumos y productos (Chambers y Quiggin 2006).

### **Aplicaciones del Enfoque de Producción en Estados Contingentes**

Chambers y Quiggin (2000) sugieren que esta aproximación provee la mejor manera de pensar sobre los problemas económicos bajo incertidumbre, incluyendo problemas de elección del consumidor, teoría de la firma y relaciones de principal-agente. Así, en los últimos años una importante literatura aplicada se ha desarrollado utilizando este enfoque para analizar problemas económicos donde deben modelarse aspectos productivos tales como seguros de cultivos (Chambers y Quiggin 2002), reformas de seguridad social (Grant y Quiggin 2002), contaminación (Chambers y Quiggin 1997), políticas de mitigación de riesgo de sequías (Quiggin y Chambers 2004) problemas de contaminación de fuentes puntuales (Quiggin y Chambers 1998), bioprospectiva (Smith y Kumar 2002) y regulación bancaria (Suwandi 1995).

Las aplicaciones empíricas no son tan frecuentes. En parte porque existen dificultades en estimar tecnologías de producción cuando las respuestas de los productores a la incertidumbre son endógenas. La aplicación de los métodos estándar de tecnologías de producción multi-producto al problema de incertidumbre requeriría de observaciones completas de los vectores  $(x, z)$ . Sin embargo, dado que cada observación se asocia con una realización de un particular estado  $s$ , los puntos observados son de la forma  $(x, z_s)$ . Es decir, buena parte de los datos que serían necesarios para la aplicación de los métodos estándares no está disponible ya que se encuentra “perdida” en los estados de la naturaleza potenciales y no realizados.

Desde el punto de vista teórico, para una completa representación del problema, tanto el número de estados de la naturaleza como el número de momentos para describir la producción podrían ser infinitos (o al menos mayor que el número de grados de libertad provisto por un conjunto de datos factible).

Por lo tanto, en el trabajo empírico el número de estados de la naturaleza que pueden incluirse es relativamente pequeño, dos o tres, de manera similar a lo usual en los modelos estocásticos que trabajan con los momentos de primer y segundo orden (media y varianza) para describir el comportamiento de la producción.

Además de este problema de elección del número de estados de la naturaleza, también debe resolverse el hecho de que sólo uno de los estados se realiza para cada observación. Griffiths y O'Donnell (2004) utilizan un enfoque de máxima verosimilitud para resolver esto en el contexto de un modelo de frontera de producción en el cual el producto puede estar por debajo del óptimo técnico como consecuencia de un efecto de ineficiencia específico para la firma. La tecnología subyacente se supone contingente y las observaciones se asignan a uno de tres posibles estados de la naturaleza elegidos en base a un criterio de máxima verosimilitud.

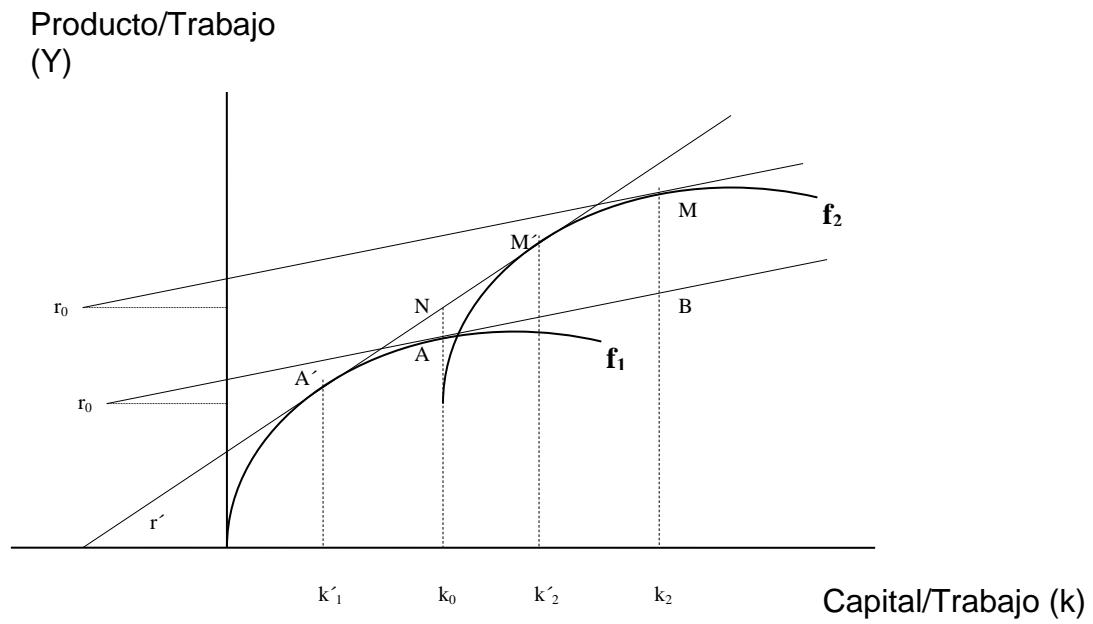
Un resultado interesante de esta aproximación es que comparados con modelos estándar de fronteras estocásticas, los efectos de ineficiencia son mucho menores. Las observaciones, que serían ineficientes en un modelo de frontera tradicional, pueden ser en cambio representados como el resultado de un estado de la naturaleza desfavorable. Chambers y Quiggin (2004) utilizan también esta aproximación para definir indicadores estocásticos de productividad aplicados a datos de la agricultura de posguerra en los EE.UU. de norteamérica. Las comparaciones con otros indicadores de productividad muestran que la consideración del entorno estocástico en el cual operan las empresas agropecuarias tiene importantes implicancias en el resultado cuantitativo de la medición de productividad.

En una aplicación empírica reciente, Moss (2010, capítulo 11) muestra que una formulación de la función de producción estocástica que es consistente con el modelo de producción en estados contingentes puede ser derivada de una regresión por cuantiles<sup>5</sup> en la versión propuesta por Koenker y Bassett (1978). Este autor, propone la especificación de una función de producción cuadrática utilizando regresión por cuantiles y realiza la estimación para la producción de trigo en Kansas, Missouri, Nebraska, Oklahoma y Texas en función de la aplicación de los insumos nitrógeno y fósforo utilizados como fertilizantes. A partir de los cambios en los términos lineales y cuadráticos de la estimación este autor deriva modelos de producción contingentes que le permiten comprobar que la aplicación óptima de fertilizantes varía dependiendo del estado de las variables no controladas, tal como sugiere la teoría de producción en estados contingentes.

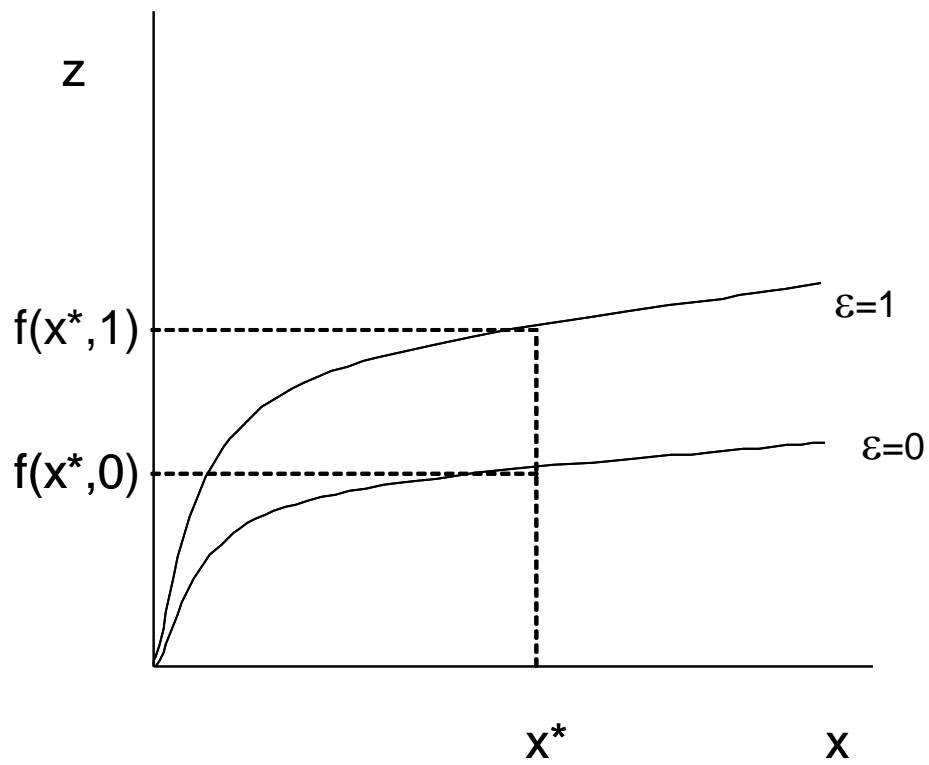
---

<sup>5</sup> Para una revisión y síntesis de la metodología de la regresión por cuantiles puede verse Sosa Escudero 2005.

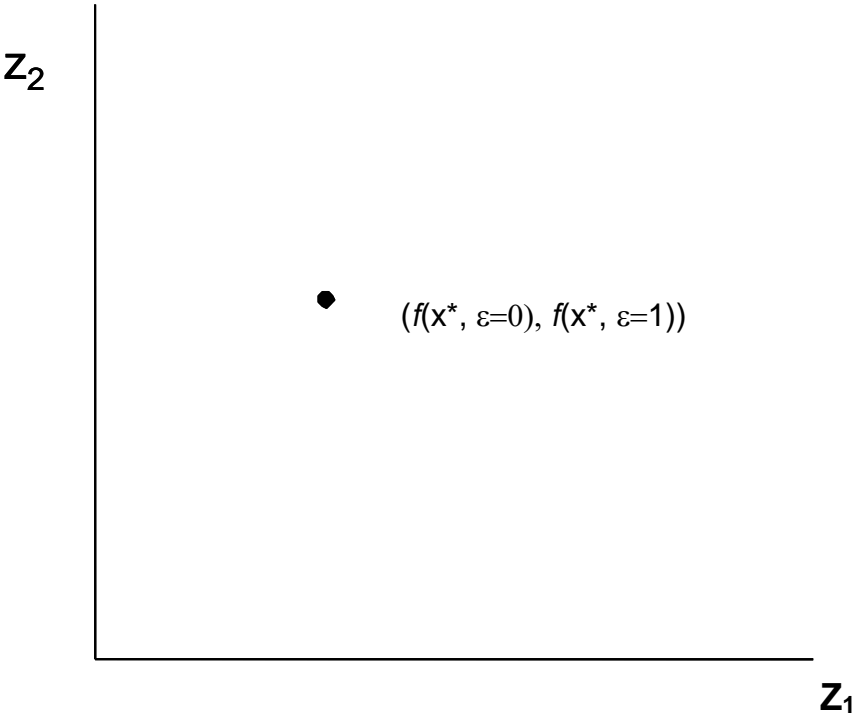
**Gráfico 1. Tecnología Heterogénea**



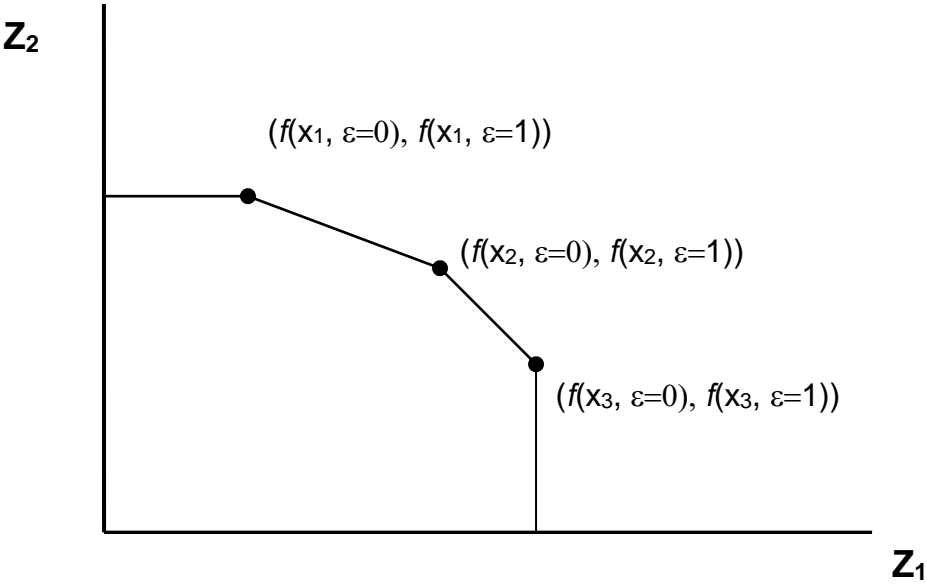
**Gráfico 2. La función de producción estocástica.**



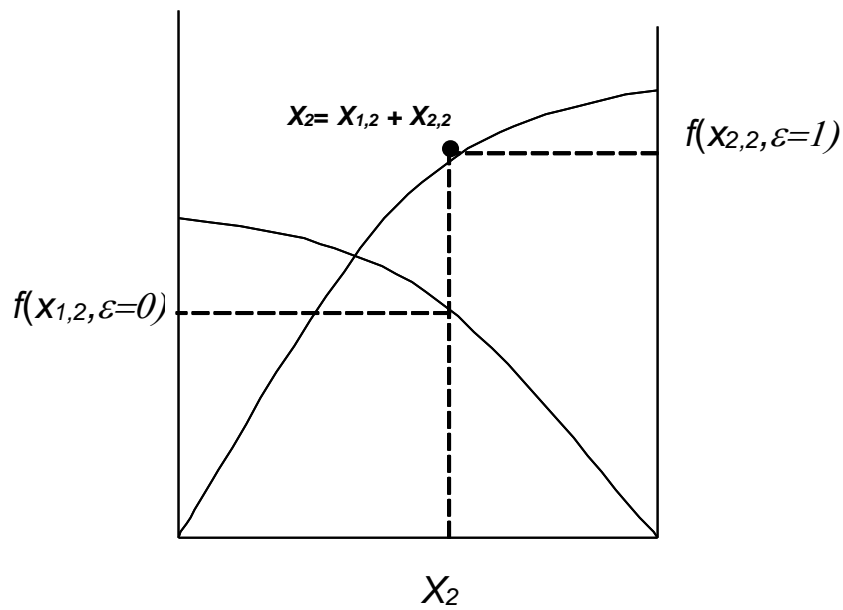
**Gráfico 3. Realizaciones de producción en dos estados de la naturaleza para un conjunto dado de insumos.**



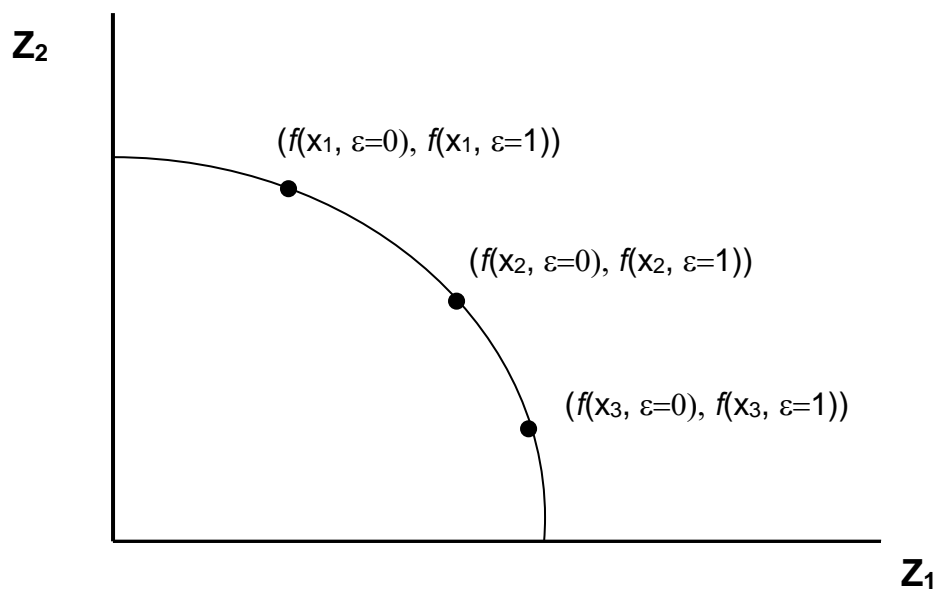
**Gráfico 4. Posibles estados para diferentes niveles de uso de insumos**



**Gráfico 5. Decisiones de uso de insumos contingentes al estado de la naturaleza**



**Gráfico 6. Cambio en el uso de insumos en el espacio de producción contingente**





## Referencias

- Antle, J. M. (1984) "The structure of US agricultural technology, 1910-1978" *American Journal of Agricultural Economics*, 66(4):414-421.
- Chambers, R.G. and J. Quiggin (2000) "Uncertainty, Production, Choice and Agency: The State-Contingent Approach" Cambridge University Press, New York.
- Chambers, Robert G. (1988). "Applied production analysis: a dual approach" Cambridge University Press.
- Christensen, L.R., D. Jorgenson, and L. Lau (1971) "Conjugate Duality and the Transcendental Logarithmic Production Function", *Econometrica*, 39(4): 255-256.
- Diewert, W. E. (1971), "An Application of the Shepard Duality Theorem: A Generalized Linear Production Function", *Journal of Political Economy*, 79(3): 482-507.
- Diewert, W. E. (1974), "Applications of Duality Theory", en M. Intriligator and D. A. Kendrick, eds., *Frontiers of Quantitative Economics*, Vol. II, North Holland, Amsterdam.
- Fulginiti, L. and R. Perrin (1990) "Argentine Agricultural Policy in a Multiple-Input, Multiple-Output Framework" *American Journal of Agricultural Economics*, 72(2): 279-288.
- Fulginiti, L. and R. Perrin (1993) "The theory and measurement of producer response under quotas" *The Review of Economics and Statistics*, 75(1).
- Heady, E. O. and J.L. Dillon (1961) "Agricultural Production Functions". Iowa State University Press, Ames.
- Heady, Earl O. (1946) "Production functions from a random sample of farms", *Journal of Farm Economics* 28(4): 989-1004.
- Jorgenson, D. W. (1986) "Econometric methods for modeling producer behavior" en Z. Griliches and M.D. Intriligator, eds. *Handbook of Econometrics*, Vol. III, North Holland, Amsterdam, 1841-1915.
- Just, R. E. and R. D. Pope (1978) "Stochastic specification of production functions and economic implications" *Journal of Econometrics* Vol.7(1): 67-86.
- Klein, L. R. (1953), "A Textbook of Econometrics", Row, Peterson and Co., Evanston IL.

- López, R. E. (1984) "Estimating substitution and expansion effects using a profit function framework" *American Journal of Agricultural Economics*, 66(3):358-367.
- Mc. Fadden (1978), "Cost, revenue and profit functions", en M. Fuss and D. McFadden eds. *Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications*, North Holland, Amsterdam, 3-109.
- Moss, Charles B. (2010) "Risk, uncertainty and the agricultural firm" World Scientific Publishing Co., Singapore.
- Mundlak, Yair (1993) "On the empirical aspects of economic growth theory", *American Economic Review*, 83(2):415-420.
- Mundlak, Yair. (1988). "Endogenous technology and the measurement of productivity" en S. M. Capalbo and J.M. Antle, eds *Agricultural Productivity: Measurement and Explanation. Resources for the Future*, Washington DC, 316-33.
- Mundlak, Yair. (2000). *Agriculture and Economic Growth* Harvard University Press. Cambridge, Massachussets.
- Quiggin, J. and R. G. Chambers (2006) "The state-contingent approach to production under uncertainty" *The Australian Journal of Agricultural and Resource Economics*, , 50:153–169.
- Shumway, C. R. (1995) "Recent duality contributions in production economics", *Journal of Agricultural and Resource Economics*, 20(1):178-194.
- Tintner, G (1944), "A note on the derivation of production functions from farm records" *Econometrica* 12:26-34
- Tintner, G. and O. H. Brownlee (1944), "Production functions derived from farm records" *Journal of Farm Economics* 26(3):566-571.
- Sosa Escudero, W. (2005) "Perspectivas y avances recientes en regresión por cuantiles" en Mariana Marchioni (editora), *Progresos en Econometría*, Cap. 5. Serie Progresos en Economía, AAEP.
- Chambers, R.G. and Quiggin, J. (1997) "Separation and hedging results with state-contingent production", *Economica* 64, 187–209.
- Chambers, R.G. and Quiggin, J. (2002) "Optimal producer behavior in the presence of areayield crop insurance" *American Journal of Agricultural Economics* 84, 320–334.
- Chambers, R.G. and Quiggin, J. (2004) "Technological and financial approaches to risk

- management in agriculture: an integrated approach” *Australian Journal of Agricultural and Resource Economics* 48, 199–223.
- Grant, S. and Quiggin, J. (2002). “The risk premium for equity: implications for the proposed diversification of the social security fund” *American Economic Review* 92, 1104–1115.
- Griffiths, W. and O’Donnell, C. (2004) “Estimating State-Contingent Production Frontiers” Department of Economics, Research Paper Number 911, University of Melbourne, Melbourne.
- Quiggin, J. and Chambers, R.G. (1998) “Risk premiums and benefit measures for generalized expected utility theories” *Journal of Risk and Uncertainty* 17, 121–137.
- Quiggin, J. and Chambers, R.G. (2004) “Drought policy: a graphical analysis” *Australian Journal of Agricultural and Resource Economics* 48, 225–251.
- Smith, R.B. and Kumar, P. (2002). *Royalties and Benefit Sharing Contracts in Bioprospecting*. Working Paper E/221/2002, Institute of Economic Growth, Environmental Economics Unit, University Enclave, Delhi.
- Suwandi, T. (1995). *Indonesian Banking Post-deregulation: Moral Hazard and High Real Interest Rates*. Australian National University, Canberra.